

基于等效质点的铸造热应力数值模拟

殷亚军, 庞楠, 周建新, 沈旭, 计效园

(华中科技大学材料成形与模具技术国家重点实验室, 湖北武汉 430074)

摘要: 基于等效质点理论, 提出了铸造过程热应力及变形迭代新算法, 并通过应用实例初步证明了该算法的有效性。与基于有限元的某商用铸造热应力数值模拟软件进行对比, 证明了该算法具有更高计算效率。

关键词: 铸造热应力; 数值模拟; 等效质点

铸件凝固过程中不合理的热应力分布可能导致残余应力、变形或裂纹等铸造缺陷, 此类缺陷直接影响铸件的尺寸精度和使用性能。利用铸造数值模拟技术预测凝固过程铸件内的热应力分布, 并根据数值模拟结果优化工艺, 以减少部分铸造缺陷, 是一种十分有效的方法。

目前对铸造热应力数值模拟的分析研究仍然处于科学研究向工程应用的过渡阶段, 也仍然是铸造过程数值模拟技术的热点和难点之一^[1-3], 主要原因是铸造热应力数值模拟的复杂度高, 例如材料在不同温度下的力学行为迥异, 难以通过单一的数学模型描述整个凝固过程的力学模型^[4-5]; 铸件与铸型的力学边界条件复杂^[6-7], 由于现有模型本身的问题, 在完全退让性边界条件下必须要添加额外的面/点约束^[7], 且目前效果较好的接触单元法导致计算量过大, 数值模拟计算易不收敛^[8]; 随着铸造技术的发展, 金属零件复杂化趋势导致前处理网格数量增加, 进一步导致计算量大大增加^[8]。为了解决以上问题, 不得不进行简化假设, 这些限制了该技术的进一步应用。

此外, 无论是科学研究还是工程应用, 大部分铸造热应力数值模拟技术都是基于热弹塑性理论, 将铸件热应力的产生和演化描述为准静态过程并隐式求解, 所采用的数值方法主要是有限元法^[9-13]和有限差分法^[14]。而铸造热应力数值模拟具有典型的非线性特性^[15-16], 包括材料非线性和几何非线性, 这种非线性特性大大约束了隐式求解的时间步长^[7], 也造成了较大的运算量。

为了解决上述部分问题, 本研究提出了一种新的铸造热应力数值模拟方法, 该方法易于并行, 具有更高的计算效率; 能够很好地支持完全退让性边界; 同时兼容有限差分网格与有限元六面体网格, 使得不同数值模拟方法计算的温度场可以用同一算法进行热应力数值模拟。

1 等效质点假设

本假设将三维空间中的实体描述为一组等效质点的集合, 每个等效质点都描述了实体在该局部处的信息。每个等效质点都具有一称为等效体积的属性, 该属性的值代表了等效质点在该局部处所描述的体积大小。对于立方体网格而言, 可以简单地将每个立方体的中心作为等效质点, 将每个立方体的体积作为等效体积。对于非规则的网格而言, 作出如下假设:

将非规则网格的顶点作为等效质点, 假设顶点 P 参与构成的非规则网格有 n 个, 其编号分别为 $E_1, E_2 \cdots E_n$ 。其中网格 E_i 所含有的顶点数为 N_i , E_i 的体积为 V_i 。那么等效质点 P 对应的等效体积 V_p 见式(1)。

$$V_p = \sum_{i=1}^n \frac{V_i}{N_i} \quad (1)$$

作者简介:

殷亚军(1985-), 男, 副教授, 研究方向为铸造工艺数值模拟及智能优化。
E-mail: yinyajun436@163.com

通讯作者:

周建新, 男, 教授。电话: 13871482400, E-mail: zhoujianxin@hust.edu.cn

中图分类号: TG245

文献标识码: A

文章编号: 1001-4977(2021)

07-0833-06

基金项目:

国家自然科学基金联合基金项目(U1808216); 国防科技重点实验室基金项目(6142A02190303)。

收稿日期:

2021-02-10 收到初稿,

2021-04-14 收到修订稿。

相邻等效质点间具有连接关系，这里“相邻”的概念取决于连接模式的定义。对于一等效质点 P ，不同的连接模式决定了其不同的相邻等效质点集合。具有连接关系的等效质点有两个属性：热平衡距离 L_h 和几何平衡距离 L_g ，其中热平衡距离代表仅考虑两等效质点间由于温度变化而导致的热膨胀、冷收缩效应（热平衡距离仅存在于概念，并不对应于实际的距离）。几何平衡距离代表在某一时刻确定的温度分布下，等效质点 P 在其所有相邻等效质点共同作用下所能达到的稳态距离，在稳态距离下的各等效质点的位置为稳态位置。在冷却过程中，温度变化导致热平衡距离发生变化，热平衡距离发生变化使得处于稳态的几何平衡距离重新变为不稳定状态，通过迭代计算最终又达到稳定状态，得到新的几何平衡距离与稳态位置。这就是本方法的主体思路。

表1为从有限元网格数据建立等效质点集合算法，该算法用伪代码描述。伪代码是一种介于自然语言和编程语言之间的语言，使用伪代码而不是任意一种编程语言描述算法，有利于相关人员专注于算法逻辑，不被编程语言特有的语法结构和语义信息所干扰，达到降低交流成本的目的。若无特殊说明，本文中的算法均采用伪代码描述。

2 基于等效质点的铸件热变形及热应力求解方法

本算法的主题思路为：在冷却过程中，温度变化导致热平衡距离发生变化，热平衡距离发生变化使得

处于稳态的等效质点变为不稳定状态，通过迭代计算更新质点三维坐标，最终回到稳定状态，得到新的几何平衡距离与稳态位置。

关于热平衡距离的计算，作出如下假设：假设有等效质点 P_1 和 P_2 ，现观察两等效质点间的距离与线膨胀系数的关系。根据线膨胀系数的定义建立公式（2）。

$$\Delta L = L_0 \cdot \varepsilon(T) \cdot \Delta T \quad (2)$$

式中： L_0 为 P_1 和 P_2 在参考温度下的距离； $\varepsilon(T)$ 为线膨胀系数； ΔT 为温度变化量； ΔL 为长度变化量。

假设当前时刻 t ， P_1 和 P_2 的平均温度为 T_t ，热平衡距离为 L_t 。经过 Δt 时间， P_1 和 P_2 的平均温度为 $T_{t+\Delta t}$ ，现求 $L_{t+\Delta t}$ 的值。将 t 时刻和 $t+\Delta t$ 时刻的平均温度和热平衡距离带入公式（2），得公式（3）。

$$L_{t+\Delta t} - L_t = L_0 \cdot \varepsilon(T) \cdot (T_{t+\Delta t} - T_t) \quad (3)$$

其中： t 时刻的热平衡距离 L_t 已知， $L_{t+\Delta t}$ 和 T_t 由温度场导入， $\varepsilon(T)$ 由物性参数数据库导入， T 取 $(T_{t+\Delta t} + T_t) / 2$ ， L_0 未知，但由于热应力导致的铸件变形属于小变形问题，因此可以用 L_t 近似代替 L_0 ，产生的误差可忽略不计，得到公式（4）。

$$L_{t+\Delta t} - L_t = L_t \cdot \varepsilon(T) \cdot (T_{t+\Delta t} - T_t) \quad (4)$$

综上，建立了根据温度载荷更新热平衡距离的公式。

关于几何平衡距离的计算，考虑某一很短的时间间隔 dt ，时刻由 t 变为 $t+dt$ 。在 t 时刻，某一等效质点 P 及其相邻质点热平衡距离以及几何平衡距离如图1所示。为表述清晰，图1采用2维情况介绍，3维情况只需要将对应的矢量由2维改为3维即可，不影响迭代算法本身。图中 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 是等效质点 P 的相邻等效质点。圆形节点位置是 t 时刻各个等效质点的稳态位置，

表1 根据网格数据建立等效质点集合算法

Table 1 An algorithm of establishing equivalent particle set based on grid data

算法1 从有限元网格数据建立等效质点集合的算法	
grids ← GridImportProgram()	// 导入网格数据
for grid in grids do	
vp ← 0	
for e in grid.elements do	// grid.elements为顶点grid参与构成的非规则网格集合
vp ← vp + e.volume / e.point.size()	
endfor	
ep.vp = vp	// ep为一个等效质点
(ep.x, ep.y, ep.z) = (grid.x, grid.y, grid.z)	// 从grid获取三维坐标
eps.push_back(ep)	// eps为等效质点集合
endfor	
for ep in eps do	// FindNeighbors的作用是获取等效质点的相邻质点集合
ep.neighbors = FindNeighbors(ep, eps)	
for n in ep.neighbors do	// neighbors中的每一项记录了热平衡距离n.lh，初始化为实际距离。
nep ← eps.find(n.index)	
initdis ← GetDistance(ep, nep)	
n.lh ← initdis	
endfor	
endfor	

每个三角形节点到 P 的距离为热平衡距离（热平衡距离并不对应于某一实际的距离，其代表了具有连接关系的两等效质点仅在温度载荷下的假想距离，几何平衡距离和热平衡距离的差值代表了质点的位移趋势，此处标记三角形节点是为了便于将热平衡距离定量表示）。当前情况下 P 等效质点受到其相邻等效质点的总和作用，达到稳态，没有位移趋势。

dt 时间过后，温度场的变化导致热平衡距离发生变化，对应的图1中三角形节点位置发生变化。 $t+dt$ 时刻，相邻等效质点的热平衡距离对应位置由三角形节点变为方形节点， P 节点的稳态条件被破坏，需要重新计算 P 节点的新稳态位置，采用公式（5）计算。

$$d_s = \sum_{i=1}^4 v_j \cdot E \cdot (L_h^i - L_g^i) \cdot u \quad (5)$$

式中： v_j 为等效质点 P 的等效体积与 i 号相邻等效质点的等效体积之比； d_s 代表了等效质点 P 的位移趋势，该值为三维向量； L_h^i 为 P 和 P_i 间热平衡距离； L_g^i 为 P 和 P_i 间几何平衡距离； u 为三维单位向量，其方向与以 P 为起点、以 P_i 为终点的向量相同； E 为迭代系数，该值的大小反映了迭代步长，根据计算发现当 $E > 0.15$ 时易产生

迭代发散的情况，故一般取值0.1。将 d_s 作用在等效质点 P 上，得到新的位置，在该位置条件下更新几何平衡位置，然后将新值再次代入上述公式，得到下一轮的 d_s 。迭代计算直到 d_s 足够小为止，认为在当前温度条件下等效质点达到了新的几何平衡位置。每个 dt 时间内的迭代算法由表2伪代码描述。

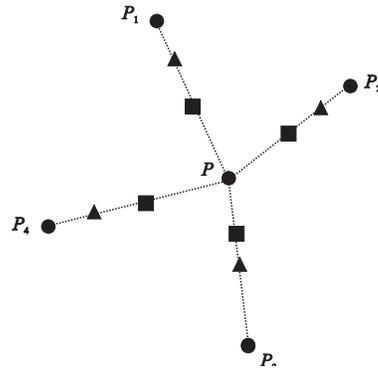


图1 等效质点 P 及其相邻质点热平衡距离以及几何平衡距离显示
Fig. 1 Display of thermal equilibrium distance and geometric equilibrium distance of equivalent particle P and its adjacent particles

表2 等效质点几何平衡距离迭代算法

Table 2 Iterative algorithm for geometric equilibrium distance of equivalent particle

算法2 等效质点几何平衡距离迭代算法	
$t \leftarrow t + dt$	// 更新时间，增加 dt
tem_files.update(next_tem)	
for ep in eps do	
for n in ep.neighbors do	// 函数GetCTE根据温度T和等效质点对应的材质获取热膨胀系数
$T \leftarrow \text{tem_files.GetAvgTem}(n.\text{index})$	// 公式(2)
$a \leftarrow \text{GetCTE}(n.\text{index}, T)$	
$n.lh = n.lh \cdot (1 - a \cdot T)$	
endfor	// 更新热平衡距离完成
endfor	
while(true)	
$\text{max_ds} \leftarrow 0$	
for ep in eps do	// ds 是三维向量，用斜体表示
$ds \leftarrow 0$	
for n in ep.neighbors do	
$\text{nep} \leftarrow \text{eps.find}(n.\text{index})$	// tmp_vec为两等效质点几何坐标组成的方向向量
$\text{vf} \leftarrow \text{ep.vp} / \text{nep.vp}$	
$\text{tmp_vec} \leftarrow \text{GetVec}(\text{ep}, \text{nep})$	
$\text{lg} \leftarrow \text{GetLength}(\text{tmp_vec})$	
$\text{tmp_ds} \leftarrow n.lh - \text{lg}$	// E为常量，取0.1
$\text{vec} \leftarrow \text{SetLength}(\text{tmp_vec}, \text{tmp_ds})$	
$ds = ds + \text{vf} \cdot E \cdot \text{vec}$	
endfor	// 以上为公式(3)的伪码实现
$\text{ep.ds} \leftarrow ds$	
UpdateMaxDs(max_ds, ds)	
endfor	
if max_ds < 10e-3 then	
break	
endif	
endwhile	
for ep in eps do	
$(\text{ep.x}, \text{ep.y}, \text{ep.z}) \leftarrow \text{ep.ds}$	// 使用ds更新等效质点的三维坐标
endfor	

当达到新的几何平衡位置后，导入新的温度场文件，更新热平衡距离，然后重复上述步骤直到所有温度场文件处理完。

材料的本构模型采用论文[9]的线性强化塑性模型，也称为双线性强化模型。此模型是一种较为成熟的假设模型，在准确度与计算效率上都具有较好的性质。屈服准则选择米塞斯（Von Mises）屈服准则，该屈服准则是一种经过许多实验检验，符合工程材料特征的屈服条件。关于力学边界条件，目前采用固定位移与自由位移两种边界条件。

材料的弹性变形属于可恢复变形，而塑性变形会造成永久的不可恢复的变形，本模型通过位移反求质点处的应力应变，根据等效理论判断该质点处是否产生塑性变形，当产生塑性变形时，通过修正热平衡距离描述塑性变形导致的不可恢复变形，具体算法在此不赘述。

此外，在实际应用过程中，对于不同几何形状与物性参数而言，收敛准则并不确定，因此目前需要同时设置最大迭代步长，防止收敛过慢或不收敛。

3 实际铸件变形情况与数值模拟结果对比验证

通过实验结果与数值模拟结果对比分析证明该方法的精度与效率，实际铸件的几何形状如图2所示。铸件外廓尺寸约为300 mm × 200 mm × 100 mm，最小壁厚约5 mm。

本次数值模拟前处理网格数量约为104万（铸件+铸型），其中铸件的网格数量约占10%。该铸件材料为304不锈钢，铸造方式为熔模铸造，浇注温度为 $(1580 \pm 10)^\circ\text{C}$ 。304不锈钢与型壳的热物性参数^[17]如表3所示。

实际工艺方案为一模两件，为表达与显示得清晰，给出单件数值模拟结果。

采用前文所述的算法进行迭代求解，当单次迭代过程中最大的位移变化量小于 $10e^{-3}$ 时认为迭代收敛，同时设置最大迭代步长，进行下一温度场计算，直到所有温度场计算完成。图3为模型的热变形情况，图中所圈出的部位都有较明显的变形，图4a、b分别为图3a、b圈出部位的实际变形情况，对比铸件实际的变形情况可知，本数值模拟结果与铸件实际变形情况基本吻合。

以上述应用实例为测试件，对比本模型与某基于

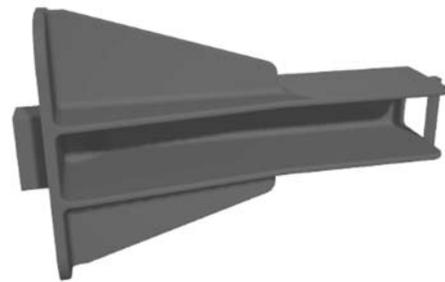


图2 铸件几何形状
Fig. 2 Geometry of casting

表3 304不锈钢及型壳材料热物性参数
Table 3 Material property parameters of 304 stainless steel and shell

项目	热导率/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	初始温度/ $^\circ\text{C}$	比热容/ $(\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	杨氏模量/GPa	泊松比	密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$
型壳	0.83	20	0.44			2 780
空气	0.023	20	1.004			1.29
304不锈钢	16.3	1 580	0.50	200	0.301	7 930

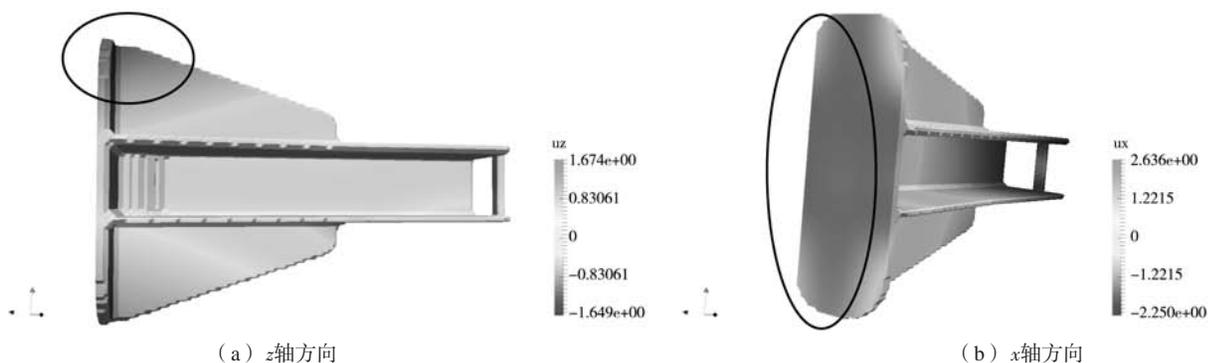


图3 铸件变形数值模拟结果
Fig. 3 Numerical simulation results of casting deformation



(a) 图3a圈出部位



(b) 图3b圈出部位

图4 铸件变形局部图

Fig. 4 Partial drawing of casting deformation

有限元的商用铸造热应力数值模拟软件在相同自由度规模下, 单次施加温度载荷的平均计算时间。

为防止歧义, 以下说明下表中网格自由度的定义: 对于基于实体单元的有限元方法而言, 每个顶点具有三个平动自由度, 因此网格自由度等于有限元网格顶点数 $\times 3$; 对于本模型而言, 每个等效质点具有三个平动自由度, 因此网格自由度等于等效质点数 $\times 3$ 。采用在网格自由度相近条件下比较计算效率的原因是, 相同网格自由度基本代表了相同的前处理规模, 对复杂三维实体具备基本相同的描述能力。

同时, 由于计算精度对计算时间有较大影响, 故应该控制两种数值模拟方法具有近似的计算精度, 但对于铸造热应力数值模拟软件而言, 并没有较好的定量描述数值模拟结果精度的准则。因此本研究中对于不同的数值模拟方法, 采用各自在实际使用过程中总结的, 能够反应铸件变形特点且时间消耗尽量少的收敛准则。在上述自由度和计算精度相关的前提条件下比较计算效率才有意义。

由表4可知在同一规模的自由度条件下(39 W左右), 本模型的平均计算时间仅为该铸造热应力数值模拟软件的18%左右。

参考文献:

- [1] 胡翔宇, 魏彦鹏, 孙逊, 等. 铸造应力场数值模拟的研究现状与发展趋势 [C]// 2017中国铸造活动周论文集, 2017.
- [2] 夏永秋, 李海清. CAE/ANSYS软件数值模拟技术在铸造热应力分析上的应用 [J]. 铸造技术, 2016, 37(2): 405-407.
- [3] 李智锋, 汪东红, 吴文云, 等. 熔模铸造镍基高温合金件热应力场的数值模拟研究 [J]. 热加工工艺, 2020, 49(7): 63-67.
- [4] 张彬. 基于ABAQUS的铸件准固态区热应力场数值模拟技术 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2011.
- [5] 唐进武, 熊守美. 基于流变学模型的铸钢试件三维热力数值模拟及热裂机理研究 [J]. 中国机械工程, 1999, 10(11): 1302-1304.
- [6] 徐艳, 康进武, 黄天佑. 接触单元在铸件铸造过程应力数值模拟中的应用 [J]. 铸造技术, 2006(5): 506-510.
- [7] 陈涛. 基于有限元法的铸造热应力数值模拟及其智能化技术的研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- [8] 虞康. 大型复杂动力总成部件的压铸模具温度场与应力场研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2012.

表4 本模型与商用有限元热应力计算软件计算效率
Table 4 Efficiency of this model and commercial finite element thermal stress calculation software

	网格自由度/W	平均计算时间/s	内存消耗/G
本模型	39.3	54~57	4.2
	178.2	289~300	15.1
商用铸造热应力	10.5	144~150	5.1
数值模拟软件	39.2	339~351	7.2

4 结论

本研究提出了一种基于等效质点假设的铸造过程热应力数值模拟算法, 并给出了该算法的建模思路与核心部分的伪代码。通过将基于该算法的数值模拟结果与实际浇注结果对比分析, 最终得到如下结论:

(1) 本研究提出的基于等效质点假设的铸造过程热应力数值模拟方法能够反应铸件实际的变形情况, 通过实例初步证明了本方法的有效性。

(2) 与某基于有限元的铸造热应力数值模拟软件相比, 本算法能够支持完全退让性边界, 不需要添加额外的位移约束。并且本算法具有较高的计算效率, 能够显著降低时间成本。

- [9] MANESH A . Three-dimensional finite element analysis application to continuous casting [J]. Journal of Materials Shaping Technology, 1990, 8 (3) : 179-185.
- [10] LEWIS K R W . Finite element modelling of solidification effects in mould filling [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1998, 31 (2) : 99-116.
- [11] HATTEL J H, HANSEN P N. A control volume-based finite difference method for solving the equilibrium equations in terms of displacements [J]. Applied Mathematical Modelling, 1995, 19 (4) : 210-243.
- [12] LEWIS R W, RAVINDRAN K . Finite element simulation of metal casting [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2015, 47 (1-3) : 29-59.
- [13] ZHANG S J, GILDAS GUILLEMOT, GANDIN C A, et al. A partitioned two-step solution algorithm for concurrent fluid flow and stress-strain numerical simulation in solidification processes [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2019, 356: 294-324.
- [14] 王跃平. 基于有限差分法的铸造热应力数值模拟 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013.
- [15] 徐艳, 康进武, 黄天佑. 铸造过程温度场/应力场双向耦合的数值模拟 [J]. 清华大学学报 (自然科学版), 2008 (5) : 7-10.
- [16] 傅显钧. 基于ANSYS的铸造过程热应力场双向耦合的数值模拟 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2011.
- [17] 吴健, 王晶, 苏斌, 等. 铍铝合金支撑座熔模铸造数值模拟 [J]. 铸造, 2020, 69 (4) : 407-411.

Numerical Simulation of Casting Thermal Stress Based on Equivalent Particle

YIN Ya-jun, PANG Nan, ZHOU Jian-xin, SHEN Xu, JI Xiao-yuan

(State Key Laboratory of Material Processing and Die & Mould Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China)

Abstract:

Based on the equivalent particle theory, a new iterative algorithm of thermal stress and thermal deformation in casting process is proposed. The effectiveness of the algorithm is proved by an application example. Compared with a commercial casting thermal stress numerical simulation software based on finite element method, the algorithm is proved to be more efficient.

Key words:

casting thermal stress; numerical simulation; equivalent particle